

ĐÁP ÁN BÀI TẬP

LUYỆN TẬP: HÌNH VUÔNG

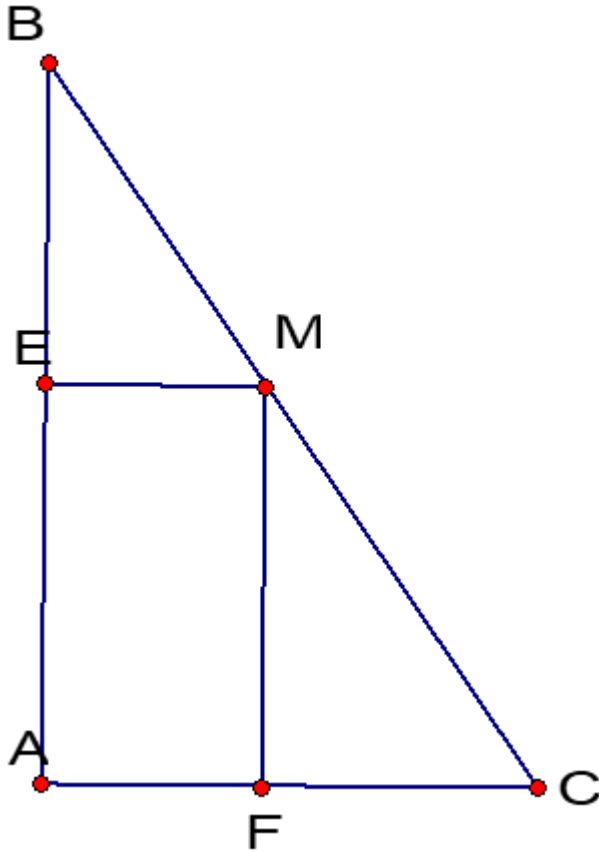
Học tốt Toán 8 - Thầy Nguyễn Mạnh Cường

1.

Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh BC. Qua M vẽ các đường thẳng song song với AB và AC, chúng cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại E và F.

a) Tứ giác AFME là hình gì?

b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác AFME là hình vuông.



a) $ME \parallel AC$ nên ME vuông góc với AB. Tương tự MF vuông góc với AC.

Do đó trong tứ giác AFME có $A = E = F = 90^\circ$. Suy ra AFME là hình chữ nhật.

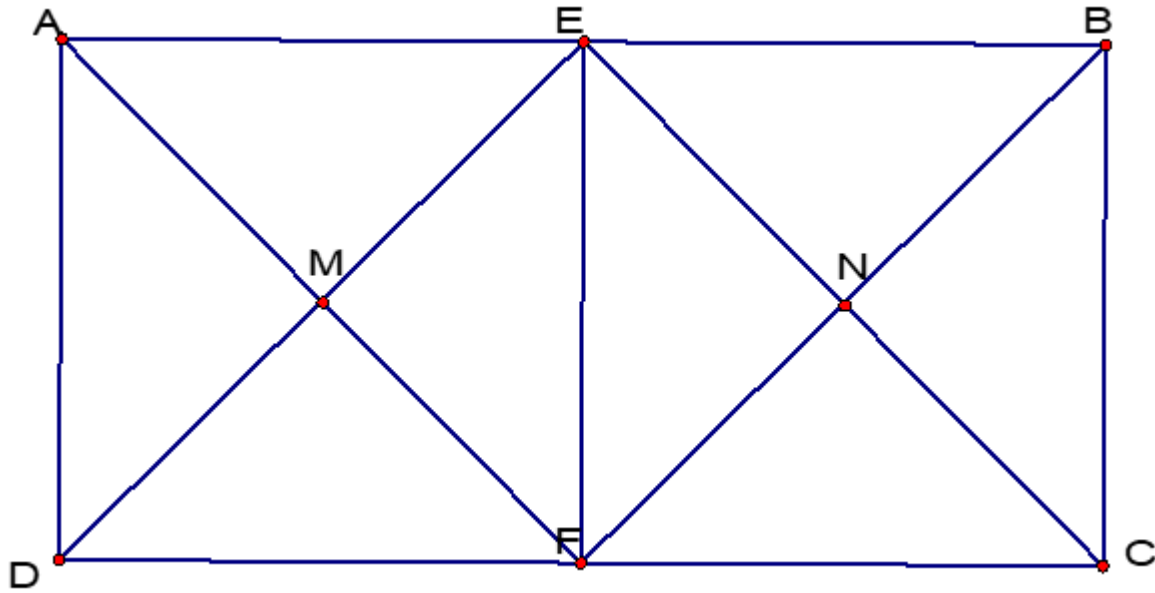
b) AFME là hình vuông khi AM là phân giác góc BAC.

2.

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE.

a) Tứ giác ADFE là hình gì?

b) Tứ giác EMFN là hình gì?



a) $AB = 2AD$, E, F là trung điểm của AB và CD do đó $AD = AE = DF = EF$. Mà góc $D = 90^\circ$, do đó ADFE là hình vuông.

b)

Chứng minh tương tự ta cũng có BEFC là hình vuông.

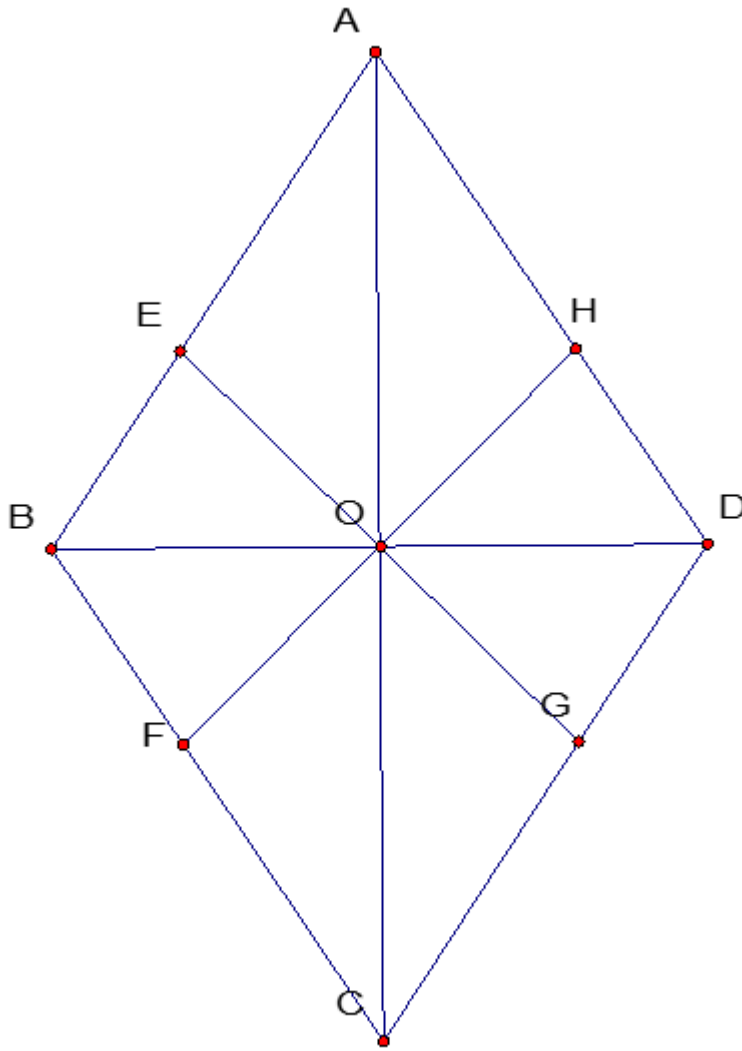
Do đó AF vuông góc với DE và CE vuông góc với FB.

Lại có $\widehat{MEN} = \widehat{MEF} + \widehat{FEN} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$. Do đó MEFN là hình chữ nhật

Hơn nữa do $\widehat{MEF} = \widehat{FEN} = 45^\circ$ nên EF là phân giác góc E. Suy ra MEFN là hình vuông.

3.

Cho hình thoi ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo. Các tia phân giác của bốn góc vuông có đỉnh O cắt các cạnh AB, BC, CD, DA theo thứ tự ở E, F, G, H. Tứ giác EFGH là hình gì ?



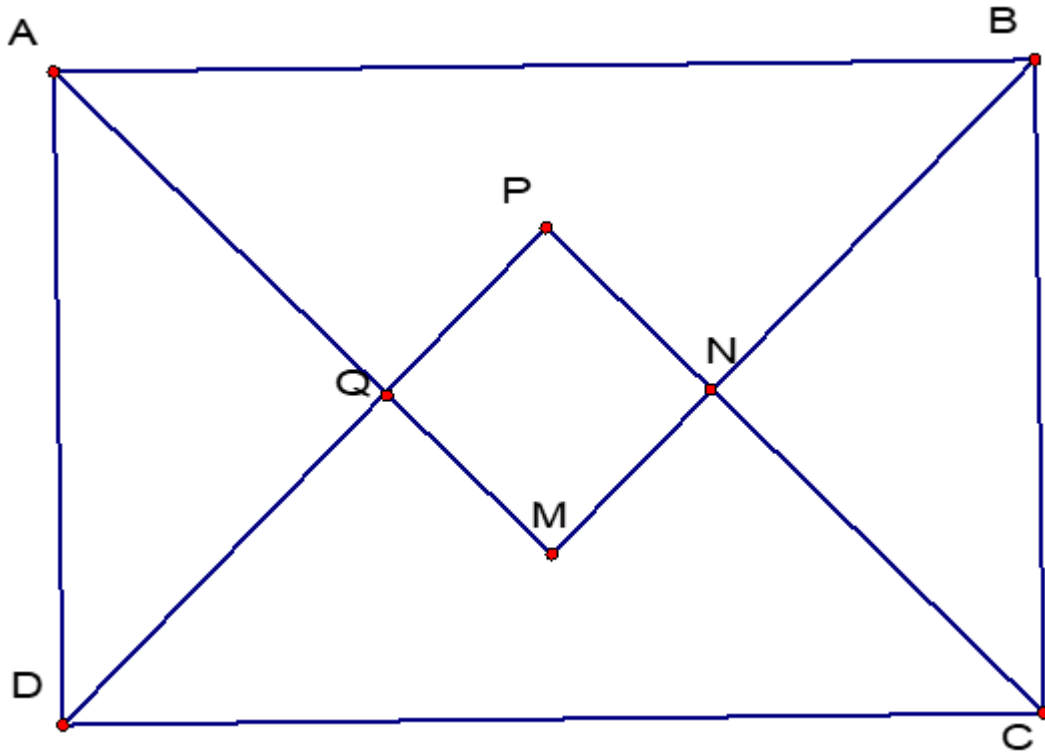
Xét tam giác OBE và ODH có $OB = OD$, $\angle EOB = 45^\circ = \angle HOD$, $\angle EBO = \angle HDO$ (Do $AB = AD$). Do đó $\triangle OBE = \triangle ODH$ (g-c-g). Suy ra $OE = OH$.

Chứng minh tương tự ta suy ra $OE = OF = OH = OG$. Do đó EFGH là hình chữ nhật,

Hơn nữa EG và FH là phân giác 2 góc kề bù nên EG và FH vuông góc với nhau. Do đó EFGH là hình vuông.

4.

Cho một hình chữ nhật có hai cạnh kề không bằng nhau. Chứng minh rằng các tia phân giác của các góc của hình chữ nhật đó cắt nhau tạo thành một hình vuông



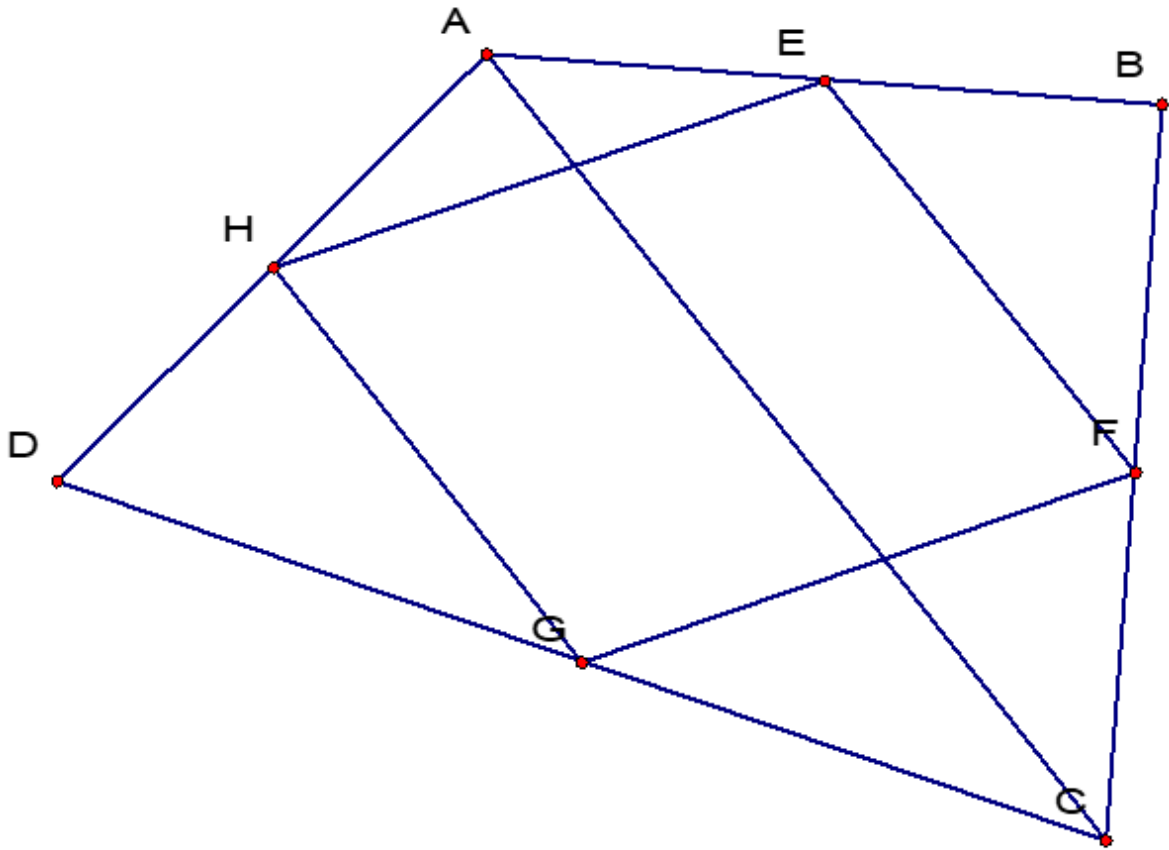
Vì AQ và DQ là phân giác góc A và D, mà $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ nên $\hat{AQD} = 90^\circ$, suy ra $\hat{MQP} = 90^\circ$. Chứng minh tương tự suy ra $\hat{M} = \hat{N} = \hat{P} = \hat{Q} = 90^\circ$. Do đó MNPQ là hình chữ nhật.

Tam giác QAD có $\hat{QAD} = \hat{QDA} = 45^\circ$, do đó tam giác QAD cân tại Q, suy ra QA = QD.

Xét 2 tam giác MAB và PDC có $AB = DC$, $\hat{MAB} = \hat{MBA} = \hat{PDC} = \hat{PCD} = 45^\circ$, do đó 2 tam giác bằng nhau. Suy ra MA = PD.
Do đó QP = QM. Vậy MNPQ là hình vuông.

5.

Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để EFGH là hình vuông.



EF là đường trung bình của tam giác BAC nên $EF \parallel AC$ và $EF = \frac{1}{2}AC$

GH là đường trung bình tam giác CAD nên $GH \parallel AC$ và $GH = \frac{1}{2}AC$.

Do đó $EF \parallel GH$ và $EF = GH$. Suy ra EFGH là hình bình hành.

Do đó, EFGH là hình vuông $\Leftrightarrow \begin{cases} EF = EH \\ EF \perp EH \end{cases}$

Mà EH là đường trung bình của tam giác ABD nên $EH \parallel BD$ và $EH = \frac{1}{2}BD$.

Do đó đk để EFGH là hình vuông là $AC = BD$ và AC vuông góc với BD.